

SOLUCIONARIO DE LA UNIDAD Nro 3: ÁLGEBRA MATRICIAL (parte 3)

5. Utilice el método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & -8 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 8 \\ 2 & 4 & 6 \\ -1 & 7 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & -4 & 3 \\ 6 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

6. Encuentre todas las matrices $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, tales que $A \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot A$

Muestre un caso en donde esto ocurra.

7. Verifique que $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ es solución de la ecuación $X^2 - X + 2I = N$.

5.

A^{-1}	B^{-1}	C^{-1}
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{13} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3,5 & 2,5 & 0,5 \\ 1 & 0 & 1 \\ -0,5 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$
D^{-1}	E^{-1}	F^{-1}
$\frac{1}{152} \cdot \begin{pmatrix} -26 & 36 & -2 \\ -14 & -4 & 34 \\ 18 & 16 & -22 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{-22} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -1 & -2 \\ 30 & -12 & -2 \\ 44 & -22 & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} -8 & 4 & 8 \\ 8 & -1 & -5 \\ -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

6. Planteamos una matriz $A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ donde x, y, z, w son los elementos reales de la matriz A que se desconocen:

$$\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x+y & 0 \\ z+w & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ x & y \end{pmatrix}$$

Por igualdad de matrices se obtiene un SEL :

$$\begin{cases} x+y & = x \\ 0 & = y \\ z+w & = x \\ 0 & = y \end{cases}$$

Al resolver el SEL se tiene que: $y = 0$; $x \in \mathbb{R}$; $z = x - w$; $w \in \mathbb{R}$

De manera que una matriz que satisface dicha condición es de la forma:

$$A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \text{ tal que } x, w \in \mathbb{R}; y = 0; z = x - w$$

Por dar un caso:

$$\text{Si } x = 4 \text{ y } w = 3 \text{ se tiene la matriz } A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Al sustituir por la matriz A la matriz X de la ecuación dada se tiene:

$$\begin{aligned} A^2 - A + 2I &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}^2 - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ (matriz nula)} \end{aligned}$$